

479.

Пусть x (м) – ширина сада, y (м) – длина. $245 \text{ га} = 24500 \text{ м}^2$

$$\begin{cases} 630 = 2(x + y) \\ 24500 = xy \end{cases} \begin{cases} x + y = 315 \\ xy = 24500 \end{cases} \begin{cases} x = 175 \\ y = 140 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x = 140 \\ y = 175 \end{cases}$$

Поэтому стороны огорода 175 м и 140 м

Ответ: 175 м; 140 м.

480.

Пусть v км/ч – скорость скорого поезда. Тогда, $(v - 20)$ км/ч – скорость товарного; $\frac{400}{v - 20}$ ч, $\frac{400}{v}$ ч – время товарного и скорого

поездов. $\frac{400}{v - 20} - \frac{400}{v} = 1$; $\frac{400v - 400(v - 20) - v(v - 20)}{v(v - 20)} = 0$

$$8000 - v^2 + 20v = 0; v^2 - 20v - 8000 = 0; v = 10 \pm 90$$

$$v = 100, v = -80 \text{ – не подходит } (v > 0)$$

Ответ: 100 км/ч и 80 км/ч

481.

Пусть x км/ч – скорость теплохода в стоячей воде. Тогда $x + 2$, $x - 2$ км/ч – скорость по течению и против течения. Зная, что на весь путь он затратил 8ч, получаем:

$$\frac{1}{2} + \frac{36}{x + 2} + \frac{36}{x - 2} = 8; \frac{36(x - 2) + 36(x + 2)}{x^2 - 4} = \frac{15}{2}; 144x = 15(x^2 - 4)$$

$$15x^2 - 144x - 60 = 0; x_1 = 10; x_2 = -2/5 \text{ – не подходит } (x > 0)$$

Ответ: 10 км/ч – скорость теплохода в стоячей воде.

482.

Пусть 1 – вся работа;

x дней – работала I бригада. Тогда $x + 5$ дней работала II брига-

да. $\frac{1}{x}$ – производительность I бригады (раб/день)

$\frac{1}{x + 5}$ – производительность II бригады (раб/день)

Т.к. за 6 дней выполнена вся работа, то

$$6\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{x + 5}\right) = 1; \frac{6}{x} + \frac{6}{x + 5} = 1;$$

$$12x + 30 = x^2 + 5x; x^2 - 7x - 30 = 0$$

$$x_1 = 10; x_2 = -3 \text{ – не удовлетворяет условию задачи.}$$

Ответ: 10 дней, 15 дней.

483.

Если x см – сторона квадрата, то x см и $(x - 6)$ см – стороны прямоугольника.

$$x(x - 6) = 135; x^2 - 6x - 135 = 0; x_1 = 15; x_2 = -9 - \text{не подходит.}$$

Ответ: 15 см.

484.

Пусть x см – I катет, тогда $(x + 31)$ см – II катет. Т.к. площадь равн 180 см^2 , то $\frac{1}{2}x \cdot (x + 31) = 180; x^2 + 31x - 360 = 0;$

$$x_1 = 9; x_2 = -40 - \text{не подходит.}$$

Ответ: 9 см, 40 см.

485.

Пусть v (км/ч) – скорость II лыжника, $(v + 3)$ км/ч – скорость I лыжника, т.к. I лыжник был в пути на $\frac{1}{3}$ ч меньше.

$$\frac{30}{x} - \frac{30}{x+3} = \frac{1}{3}.$$

$$\frac{30(x+3) - 30x}{x(x+3)} = \frac{1}{3}; 270 = x^2 + 3x;$$

$$x_1 = 15; x_2 = -18 - \text{не подходит. } 15 \text{ км/ч} - \text{ скорость II лыжника}$$

18 км/ч – скорость I лыжника.

Ответ: 15 км/ч; 18 км/ч.

486.

Примем всю работу за 1 (единицу). Пусть x дней работала II бригада, тогда $(x + 10)$ дней работала I бригада. $\frac{1}{x}$ – производитель-

ность труда II бригады (раб/день); $\frac{1}{x+10}$ – производительность тру-

да I бригады (раб/день). За 12 дней выполнена вся работа, т.е.

$$12 \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{x+10} \right) = 1$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x+10} = \frac{1}{12}$$

$$24x + 120 = x^2 + 10x$$

$$x_1 = 20; x_2 = -6 - \text{не подходит.}$$

Ответ: 30 дн.; 20 дн.

$$\frac{x+10+x}{x(x+10)} = \frac{1}{12}$$

$$x^2 - 14x - 120 = 0$$

487.

Пусть x км/ч – скорость катера в стоячей воде. Т.к. на все путешествие ушло 7 часов, то

$$\frac{35}{x+3} + \frac{35}{x-3} + 3 = 7;$$

$$\frac{35(x-3) + 35(x+3)}{x^2 - 9} - 4 = 0;$$

$$\frac{70x}{x^2 - 9} - 4 = 0; 70x - 4x^2 + 36 = 0;$$

$$4x^2 - 70x - 36 = 0;$$

$$2x^2 - 35x - 18 = 0 \quad x_1 = 18; \quad x_2 = -\frac{1}{2} \text{ – не подходит.}$$

Ответ: 18 км/ч.

488.

Пусть x км/ч – первоначальная скорость,
 $(x + 12)$ км/ч – скорость на второй половине пути.

Т.к. половина пути 60 км, то

$$\frac{60}{x} - \frac{60}{x+12} = \frac{1}{6}; \quad \frac{60(x+12) - 60x}{x(x+12)} - \frac{1}{6} = 0; \quad \frac{720}{x^2 + 12x} - \frac{1}{6} = 0$$

$$x^2 + 12x - 4320 = 0;$$

$$x_1 = 60; \quad x_2 = -72 \text{ – не подходит.}$$

Ответ: 60 км/ч.

489.

Примем всю работу за 1 (единицу).

Пусть x дней – работал II трактор, тогда $(x - 5)$ дней работал I

трактор. $\frac{1}{x}$ – производительность II трактора (раб/день).

$$\frac{1}{x-5} \text{ – производительность I трактора (раб/день)}$$

$$\text{За 6 дней выполнена вся работа, т.е. } 6\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{x-5}\right) = 1$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x-5} = \frac{1}{6}; \quad \frac{x-5+x}{x(x-5)} = \frac{1}{6};$$

$$12x - 30 - x^2 + 5x = 0$$

$$x^2 - 17x + 30 = 0; \quad x_1 = 15; \quad x_2 = 2 \text{ – не подходит.}$$

Ответ: 15 дней работал II трактор, 10 дней работал I трактор.

490.

Пусть $x\%$ начисляет сбербанк ежегодно $x\% = 0,01x$

$(500 + 5x)$ руб. – получил рабочий через год.

$500 + (500 + 5x) + 0,01x(1000 + 5x)$ руб. – получил через 2 года,

а по условию 1030р 20к – тогда $1000 + 5x + 10x + 0,05x^2 = 1030,2$;

$$x_{1,2} = \frac{-15 \pm 15,2}{0,1}; x_1 = 2; x_2 = 302 - \text{не подходит.}$$

Ответ: 2% – начисляет сбербанк.

491.

$0,8 - 0,6 = 0,2$ кг – на столько безводной кислоты в I растворе

больше, чем во II растворе $\left. \begin{matrix} 0,2 - 10\% \\ x - 100\% \end{matrix} \right| \rightarrow x = \frac{0,2 \cdot 100}{10} = 2 \text{ кг} - \text{на}$

столько масса I раствора больше массы II. Пусть x кг – масса

I раствора, тогда $(x + 2)$ кг – масса II раствора.

$$x + x + 2 = 10; 2x = 8; x = 4$$

Ответ: 4 кг и 6 кг.

492.

$$1) \begin{cases} 2x - y = 3 \\ 2y + x = 14 \end{cases}$$

$$y = 2x - 3; 2(2x - 3) + x = 14; 5x = 20; x = 4; y = 2 \cdot 4 - 3 = 5.$$

Ответ: (4;5).

$$2) \begin{cases} x + 5y = 9 \\ 3y - 2x = -5 \end{cases}$$

$$x = 9 - 5y; 3y - 2(9 - 5y) = -5; 13y = 13; y = 1; x = 9 - 5 = 4.$$

Ответ: (4;1).

$$3) \begin{cases} 3x + y + 4 = 0 \\ 4y + 8x - 4 = 0 \end{cases}$$

$$y = -3x - 4; 4(-3x - 4) + 8x = 4; 4x = -20; x = -5$$

$$y = -3 \cdot (-5) - 4 = 11$$

Ответ: (-5;11)

$$4) \begin{cases} 2x - 3y + 8 = 0 \\ 4x - 2y + 4 = 0 \end{cases}$$

$$2x = 3y - 8; 2 \cdot (3y - 8) - 2y + 4 = 0; 4y = 12; y = 3; x = \frac{3 \cdot 3 - 8}{2} = \frac{1}{2}$$

Ответ: $\left(\frac{1}{2}; 3\right)$

493.

$$1) \begin{cases} y = x + 6 \\ x^2 - 4y = -3 \end{cases}$$

$$x^2 - 4(x + 6) + 3 = 0$$

$$x^2 - 4x - 21 = 0; x_1 = 7; x_2 = -3$$

$$\text{при } x_1 = 7, y_1 = 7 + 6 = 13$$

$$\text{при } x_2 = -3, y_2 = -3 + 6 = 3$$

Ответ: (7;13), (-3;3)

$$3) \begin{cases} x + 2y = 1 \\ x + y^2 = 4 \end{cases}$$

$$y^2 - 2y = 3; y^2 - 2y - 3 = 0$$

$$y_1 = 3; y_2 = -1$$

$$\text{при } y_1 = 3, x_1 = 1 - 6 = -5$$

$$\text{при } y_2 = -1, x_2 = 1 + 2 = 3$$

Ответ: (-5;3), (3; -1)

$$2) \begin{cases} x = 2 - y \\ y^2 + x = 32 \end{cases}$$

$$y^2 - y - 30 = 0;$$

$$y_1 = 6; y_2 = -5$$

$$\text{при } y_1 = 6, x_1 = 2 - 6 = -4$$

$$\text{при } y_2 = -5, x_2 = 2 + 5 = 7$$

Ответ: (-4;6), (7; -5)

$$4) \begin{cases} y - 3x = 2 \\ x^2 - 2y = 3 \end{cases} \begin{cases} 2y - 6x = 4 \\ x^2 - 2y = 3 \end{cases}$$

$$x^2 - 6x = 7; x^2 - 6x - 7 = 0$$

$$x_1 = 7; x_2 = -1$$

$$\text{при } x = 7, y = 23$$

$$\text{при } x = -1, y = -1$$

Ответ: (7;23), (-1; -1)

494.

$$1) \begin{cases} x^2 + xy = 2 \\ y - 3x = 7 \end{cases} \begin{cases} x^2 + x(7 + 3x) = 2 \\ y = 7 + 3x \end{cases}$$

$$x^2 + 7x + 3x^2 - 2 = 0$$

$$4x^2 + 7x - 2 = 0;$$

$$x_1 = \frac{1}{4}; x_2 = -2$$

$$\text{при } x = \frac{1}{4}, y = 7\frac{3}{4}$$

$$\text{при } x = -2, y = 1$$

Ответ: $(\frac{1}{4}; 7\frac{3}{4})$, (-2;1)

$$2) \begin{cases} x^2 - xy - y^2 = 19 \\ x - y = 7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (7 + y)^2 - y(7 + y) - y^2 = 19 \\ x = 7 + y \end{cases}$$

$$49 + 14y + y^2 - 7y - y^2 - y^2 - 19 = 0$$

$$-y^2 + 7y + 30 = 0; y^2 - 7y - 30 = 0$$

$$y_1 = 10; y_2 = -3$$

$$\text{при } y = 10, x = 17$$

$$\text{при } y = -3, x = 4$$

Ответ: (17;10), (4; -3)

$$3) \begin{cases} x + y = 1 \\ x^2 + y^2 = 5 \end{cases} \begin{cases} y = 1 - x \\ (1 - x)^2 + x^2 = 5 \end{cases}$$

$$1 - 2x + x^2 + x^2 - 5 = 0$$

$$x^2 - x - 2 = 0$$

$$x_1 = 2; x_2 = -1$$

$$\text{при } x = 2, y = -1$$

$$\text{при } x = -1, y = 2$$

Ответ: (-1;2), (2; -1)

$$4) \begin{cases} x^2 + y^2 = 17 \\ x - y = 3 \end{cases} \begin{cases} x = 3 + y \\ (3 + y)^2 + y^2 = 17 \end{cases}$$

$$9 + 6y + y^2 + y^2 - 17 = 0$$

$$2y^2 + 6y - 8 = 0;$$

$$y^2 + 3y - 4 = 0$$

$$y_1 = -4; y_2 = 1$$

$$\text{при } y = -4, x = -1$$

$$\text{при } y = 1, x = 4$$

Ответ: (-1; -4), (4;1)

495.

$$1) \begin{cases} x + y = 5 & x_1 = 2, & y_1 = 3 \\ xy = 6 & x_2 = 3, & y_2 = 2 \end{cases}$$

(по теореме Виета)

Ответ: (2;3), (3;2)

$$2) \begin{cases} x + y = 8 & x_1 = 7, & y_1 = 1 \\ xy = 7 & x_2 = 1, & y_2 = 7 \end{cases}$$

(по теореме Виета)

Ответ: (7;1), (1;7)

$$3) \begin{cases} x + y = 12 & x_1 = 11, & y_1 = 1 \\ xy = 11 & x_2 = 1, & y_2 = 11 \end{cases}$$

(по теореме Виета)

Ответ: (11;1), (1;11)

$$4) \begin{cases} x + y = -7 & x_1 = -5, & y_1 = -2 \\ xy = 10 & x_2 = -2, & y_2 = -5 \end{cases}$$

(по теореме Виета)

Ответ: (-5; -2), (-2; -5)

496.

$$1) \begin{cases} x - y = 7 \\ x^2 - y^2 = 14 \end{cases} \begin{cases} x - y = 7 \\ (x - y)(x + y) = 14 \end{cases} \begin{cases} x - y = 7 \\ x + y = 2 \end{cases} \begin{cases} x = 7 + y \\ 7 + 2y = 2 \end{cases} \begin{cases} x = 4,5 \\ y = -2,5 \end{cases}$$

Ответ: (4,5; -2,5)

$$2) \begin{cases} x + y = 3 \\ x^2 - y^2 = 15 \end{cases} \begin{cases} x + y = 3 \\ (x - y)(x + y) = 15 \end{cases} \begin{cases} x + y = 3 \\ x - y = 5 \end{cases} \begin{cases} x = 3 - y \\ 3 - 2y = 5 \end{cases} \begin{cases} x = 4 \\ y = -1 \end{cases}$$

Ответ: (4; -1)

$$3) \begin{cases} x^2 - y^2 = 24 \\ x + y = 4 \end{cases} \begin{cases} (x - y)(x + y) = 24 \\ x + y = 4 \end{cases} \begin{cases} x - y = 6 \\ x + y = 4 \end{cases} \begin{cases} x = 6 + y \\ 6 + 2y = 4 \end{cases} \begin{cases} x = 5 \\ y = -1 \end{cases}$$

Ответ: (5; -1)

$$4) \begin{cases} x^2 - y^2 = 8 \\ x - y = 2 \end{cases} \begin{cases} (x - y)(x + y) = 8 \\ x - y = 2 \end{cases} \begin{cases} x + y = 4 \\ x - y = 2 \end{cases} \begin{cases} x = 4 - y \\ 4 - 2y = 2 \end{cases} \begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \end{cases}$$

Ответ: (3;1).

497.

$$1) \begin{cases} x^2 + y^2 = 17 \\ xy = 4 \end{cases} \begin{cases} x^2 + 2xy + y^2 - 2xy = 17 \\ xy = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x + y)^2 - 8 = 17 \\ xy = 4 \end{cases} \begin{cases} (x + y)^2 = 25 \\ xy = 4 \end{cases}$$

$$\left\{ \begin{cases} x + y = -5 \\ xy = 4 \end{cases} \begin{cases} x_3 = -1, & y_3 = -4 \\ x_4 = -4, & y_4 = -1 \end{cases} \right\} \text{. Ответ: } (-1; -4); (-4; -1); (1; 4); (4; 1)$$

$$\left\{ \begin{cases} x + y = 5 \\ xy = 4 \end{cases} \begin{cases} x_1 = 1, & y_1 = 4 \\ x_2 = 4, & y_2 = 1 \end{cases} \right\}$$

$$2) \begin{cases} xy = 10 \\ x^2 + y^2 = 29 \end{cases} \begin{cases} xy = 10 \\ x^2 + 2xy + y^2 - 2xy = 29 \end{cases} \begin{cases} xy = 10 \\ (x+y)^2 = 49 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \begin{cases} xy = 10 \\ x + y = -7 \end{cases} \begin{cases} x_3 = -2, & y_3 = -5 \\ x_4 = -5, & y_4 = -2 \end{cases} \\ \begin{cases} xy = 10 \\ x + y = 7 \end{cases} \begin{cases} x_1 = 2, & y_1 = 5 \\ x_2 = 5, & y_2 = 2 \end{cases} \end{cases} \text{ . Ответ: } (-2; -5); (-5; -2); (2; 5); (5; 2)$$

$$3) \begin{cases} xy = 3 \\ x^2 + y^2 = 10 \end{cases} \begin{cases} xy = 3 \\ (x+y)^2 = 16 \end{cases} \begin{cases} \begin{cases} xy = 3 \\ x + y = -4 \end{cases} \begin{cases} x_3 = -3, & y_3 = -1 \\ x_4 = -1, & y_4 = -3 \end{cases} \\ \begin{cases} xy = 3 \\ x + y = 4 \end{cases} \begin{cases} x_1 = 3, & y_1 = 1 \\ x_2 = 1, & y_2 = 3 \end{cases} \end{cases}$$

Ответ: $(-3; -1); (-1; -3); (3; 1); (1; 3)$

$$4) \begin{cases} xy = 5 \\ x^2 + y^2 = 26 \end{cases} \begin{cases} xy = 5 \\ (x+y)^2 = 36 \end{cases} \begin{cases} \begin{cases} xy = 5 \\ x + y = -6 \end{cases} \begin{cases} x_3 = -5, & y_3 = -1 \\ x_4 = -1, & y_4 = -5 \end{cases} \\ \begin{cases} xy = 5 \\ x + y = 6 \end{cases} \begin{cases} x_1 = 5, & y_1 = 1 \\ x_2 = 1, & y_2 = 5 \end{cases} \end{cases}$$

Ответ: $(-5; -1); (-1; -5); (5; 1); (1; 5)$

498.

Если a – I число; b – II число, то $\begin{cases} a+b=18 \\ ab=65 \end{cases} \rightarrow \begin{matrix} a_1=13, & b_1=5 \\ a_2=5, & b_2=13 \end{matrix}$

(по теореме Виета). Ответ: числа 13 и 5.

499.

Если a – I число; b – II число, то

$$\begin{cases} \frac{a+b}{2} = 20 \\ \sqrt{ab} = 12 \end{cases} \begin{cases} a+b=40 \\ ab=144 \end{cases} \rightarrow \begin{matrix} a_1=36, & b_1=4 \\ a_2=4, & b_2=36 \end{matrix} \text{ . Ответ: числа 4 и 36.}$$

500.

$$1) \begin{cases} x = 2y - 3 \\ y^2 - 2x = 3 \end{cases}$$

$$y^2 - 2(2y - 3) = 3; y^2 - 4y + 3 = 0$$

$$y_1 = 3; y_2 = 1; y = 3, x = 3; y = 1, x = -1.$$

Ответ: $(3; 3)$ и $(-1; 1)$

$$2) \begin{cases} x + y = 6 \\ xy = -7 \end{cases} \begin{matrix} x_1 = 7, & y_1 = -1 \\ x_2 = -1, & y_2 = 7 \end{matrix}$$

(по теореме Виета)

Ответ: $(7; -1)$ и $(-1; 7)$

$$3) \begin{cases} x^2 - y^2 = 21 \\ x + y = 7 \end{cases} \begin{cases} (x-y)(x+y) = 21 \\ x + y = 7 \end{cases} \begin{cases} x - y = 3 \\ x + y = 7 \end{cases} \begin{cases} 2x = 10 \\ 2y = 4 \end{cases} \begin{cases} x = 5 \\ y = 2 \end{cases}$$

Ответ: (5;2)

501.

$$1) \begin{cases} x - y = 2 \\ xy = 3 \end{cases} \begin{cases} x = 2 + y \\ y(2 + y) = 3 \end{cases} \begin{cases} x = 2 + y \\ y^2 + 2y - 3 = 0 \end{cases} \begin{cases} y_1 = -3; y_2 = 1 \\ x_1 = -1; x_2 = 3 \end{cases}$$

Ответ: (-1; -3), (3;1)

$$2) \begin{cases} x - y = 3 \\ xy = 4 \end{cases} \begin{cases} x = 3 + y \\ y(3 + y) = 4 \end{cases} \begin{cases} x = 3 + y \\ y^2 + 3y - 4 = 0 \end{cases} \begin{cases} y_1 = -4; y_2 = 1 \\ x_1 = -1; x_2 = 4 \end{cases}$$

Ответ: (-1; -4), (4;1)

$$3) \begin{cases} 2x^2 - y^2 = 46 \\ xy = 10 \end{cases} \begin{cases} 2 \cdot \frac{100}{y^2} - y^2 = 46 \\ x = \frac{10}{y} \end{cases}; \frac{200}{y^2} - y^2 - 46 = 0$$

$$-y^4 - 46y^2 + 200 = 0, y^2 \neq 0$$

Пусть $y^2 = t$, тогда $t^2 + 46t - 200 = 0 \Rightarrow t_1 = -50; t_2 = 4$.

$y^2 = -50$ — нет корней или $y^2 = 4, y_1 = 2; y_2 = -2$

При $y = 2, x = 5$; при $y = -2, x = -5$

Ответ: (-5; -2), (5;2)

$$4) \begin{cases} (x-y)^2 = 4 \\ x + y = 6 \end{cases} \begin{cases} x - y = 2 \\ x + y = 6 \end{cases} \begin{cases} 2x = 8 \\ 2y = 4 \end{cases} \begin{cases} x = 4 \\ y = 2 \end{cases} \\ \begin{cases} x - y = -2 \\ x + y = 6 \end{cases} \begin{cases} 2x = 4 \\ 2y = 8 \end{cases} \begin{cases} x = 2 \\ y = 4 \end{cases}$$

Ответ: (4;2), (2;4)

$$5) \begin{cases} x^2 - y^2 = 0 \\ 4 + xy = 0 \end{cases} \begin{cases} x^2 = y^2 \\ 4 + xy = 0 \end{cases}; x = y, 4 + y^2 = 0 \text{ — нет корней}$$

$$x = -y, 4 - y^2 = 0; (2-y)(2+y) = 0$$

$$y_1 = 2; y_2 = -2, \text{ значит } x_1 = -2; x_2 = 2$$

Ответ: (-2;2) и (2; -2)

$$6) \begin{cases} x + y = 4 \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 1 \end{cases} \begin{cases} x + y = 4 \\ x + y = xy \end{cases} \begin{cases} x + y = 4 \\ xy = 4 \end{cases} x = y = 2.$$

Ответ: (2;2).

502.

$$1) \begin{cases} x + xy + y = -1 \\ x - xy + y = 3 \end{cases} \begin{cases} 2x + 2y = 2 \\ 2xy = -4 \end{cases} \begin{cases} x + y = 1 \\ xy = -2 \end{cases} \begin{cases} x_2 = 2, & y_2 = -1 \\ x_1 = -1, & y_1 = 2 \end{cases}$$

(по теореме Виета)

Ответ: $(-1; 2), (2; -1)$

$$2) \begin{cases} x - xy - y = -7 \\ x + xy - y = 1 \end{cases} \begin{cases} 2x - 2y = -6 \\ 2xy = 8 \end{cases} \begin{cases} x - y = -3 \\ xy = 4 \end{cases} \begin{cases} x_2 = -4, & y_2 = -1 \\ x_1 = -1, & y_1 = -4 \end{cases}$$

(по теореме Виета)

Ответ: $(-1; -4), (-4; -1)$

$$3) \begin{cases} x^2 - y + 2 = 0 \\ x^2 + y^2 - 4 = 0 \end{cases} \begin{cases} y^2 + y - 6 = 0 \\ x^2 - y + 2 = 0 \end{cases} \begin{cases} y_1 = -3; y_2 = 2 \\ x^2 - y + 2 = 0 \end{cases}$$

$y = -3, x^2 + 3 + 2 = 0, x^2 = -5$ корней нет; $y = -2, x^2 = 0, x = 0$

Ответ: $(0; 2)$.

$$4) \begin{cases} x^2 - 3xy + y^2 = 11 \\ xy = 5 \end{cases} \begin{cases} x^2 - 15 + y^2 = 11 \\ xy = 5 \end{cases} \begin{cases} x^2 + y^2 = 26 \\ xy = 5 \end{cases}$$

$$x = \frac{5}{y}, \frac{25}{y^2} + y^2 = 26; y^4 - 26y^2 + 25 = 0$$

Пусть $y^2 = t$, тогда $t^2 - 26t + 25 = 0$; $t_{1,2} = 13 \pm 12, t_1 = 25; t_2 = 1$

$y^2 = 25; y_1 = 5; y_2 = -5$ или $y^2 = 1; y_1 = 1; y_2 = -1$

$y = 5, x = 1; y = -5, x = -1; y = 1, x = 5; y = -1, x = -5$

Ответ: $(1; 5); (-1; -5); (5; 1); (-5; -1)$

503.

$$1) \begin{cases} \sqrt{x} + \sqrt{y} = 8 \\ x - y = 16 \end{cases} \begin{cases} \sqrt{x} + \sqrt{y} = 8 \\ (\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y}) = 16 \end{cases} \begin{cases} \sqrt{x} + \sqrt{y} = 8 \\ \sqrt{x} - \sqrt{y} = 2 \end{cases} \begin{cases} 2\sqrt{x} = 10 \\ 2\sqrt{y} = 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sqrt{x} = 5 \\ \sqrt{y} = 3 \end{cases} \begin{cases} x = 25 \\ y = 9 \end{cases}$$

Ответ: $(25; 9)$

$$2) \begin{cases} \sqrt{x} - \sqrt{y} = 1 \\ x - y = 5 \end{cases} \begin{cases} \sqrt{x} - \sqrt{y} = 1 \\ (\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y}) = 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sqrt{x} - \sqrt{y} = 1 \\ \sqrt{x} + \sqrt{y} = 5 \end{cases} \begin{cases} 2\sqrt{x} = 6 \\ 2\sqrt{y} = 4 \end{cases} \begin{cases} \sqrt{x} = 3 \\ \sqrt{y} = 2 \end{cases} \begin{cases} x = 9 \\ y = 4 \end{cases} \cdot \text{Ответ: } (9; 4)$$

504.

a (м) и b (м) – длина и ширина участка, 6 га = 60000 м², 1 км = 1000 м. $S = ab$, $P = 2(a + b)$

$$\begin{cases} (a+b) \cdot 2 = 1000 \\ a \cdot b = 60000 \end{cases} \begin{cases} a+b = 500 \\ a \cdot b = 60000 \end{cases} \begin{cases} a = 300, b = 200 \\ a = 200, b = 300 \end{cases}$$

Ответ: стороны участка 200 м и 300 м.

505.

\overline{ab} – двузначное число. По условию
$$\begin{cases} \overline{ab} = (a+b)6 + 4 \\ \overline{ab} = (ab)2 + 16 \end{cases}$$

$$(a+b)6 + 4 = (a+b)2 + 16; 3a + 3b + 2 = ab + 8; 3a + 3b - ab = 6$$

т.к. \overline{ab} – двузначное число, то $\overline{ab} = 10a + b$

$$10a + b = (a+b)6 + 4; 10a + b = 6a + 6b + 4; 4a - 5b = 4$$

Получим систему
$$\begin{cases} 3a - 3b - ab = 6 \\ 4a - 5b = 4 \end{cases} \begin{cases} 3a + 3b - ab = 6 \\ a = 1 + \frac{5b}{4} \end{cases}$$

$$3 + \frac{15}{4}b + 12b - 4b - 5b^2 - 24 = 0; 12 + 15b + 12b - 4b - 5b^2 - 24 = 0$$

$$5b^2 + 23b - 12 = 0; \text{ т.е. } b_1 = 4, b_2 = 0,6 - \text{ не подходит, } a = 6. \text{ Ответ: } 64.$$

506.

$$1) \begin{cases} x + y = 5 \\ x^3 + y^3 = 35 \end{cases} \begin{cases} x + y = 5 \\ (x+y)(x^2 - xy + y^2) = 35 \end{cases} \begin{cases} x + y = 5 \\ x^2 - xy + y^2 = 7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 5 - y \\ (5 - y)^2 - y(5 - y) + y^2 = 7 \end{cases}$$

$$25 - 10y + y^2 - 5y + y^2 + y^2 - 7 = 0; y^2 - 5y + 6 = 0$$

$$y_1 = 3; y_2 = 2; y_1 = 3, x_1 = 2; y_2 = 2, x_2 = 3. \text{ Ответ: } (2;3) \text{ и } (3;2)$$

$$2) \begin{cases} x^3 + y^3 = 152 \\ x^2 - xy + y^2 = 19 \end{cases} \begin{cases} (x+y)(x^2 - xy + y^2) = 152 \\ x^2 - xy + y^2 = 19 \end{cases} \begin{cases} x + y = 8 \\ x^2 - xy + y^2 = 19 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 8 - y \\ (8 - y)^2 - y(8 - y) + y^2 = 19 \end{cases}$$

$$64 - 16y + y^2 - 8y + y^2 + y^2 - 19 = 0; y^2 - 8y + 15 = 0$$

$$y_1 = 5; y_2 = 3; y_1 = 5, x_1 = 3; y_2 = 3, x_2 = 5.$$

Ответ: (3; 5); (5; 3).

507.

Пусть v_1 км/ч скорость теплохода по течению реки, тогда $(v_1 - 8)$ км/ч скорость катера по течению реки, v_2 км/ч – скорость теплохода против течения реки, тогда $(v_2 - 8)$ км/ч – скорость катера против течения реки. По течению теплоход приходит быстрее катера в 1,5 раза. Поэтому: $1,5 \cdot \frac{1}{v_1} = \frac{1}{v_1 - 8}$, $1,5 \cdot (v_1 - 8) = x$

против течения катер приходит позднее в 2 раза.

$$2 \cdot \frac{1}{v_2} = \frac{1}{v_2 - 8} \Rightarrow \frac{2(v_2 - 8)}{v_2} = y. \text{ Пусть } V \text{ км/ч – скорость теплохода}$$

да в стоячей воде; x км/ч – скорость течения реки

$$\begin{cases} V + x = 24 \\ V - x = 16 \end{cases}; \begin{cases} 2V = 40 \\ 2x = 8 \end{cases}; \begin{cases} V = 20 \\ x = 4 \end{cases}$$

20 км/ч – скорость теплохода, а 12 км/ч – скорость катера.

Ответ: 20 км/ч; 12 км/ч.

508.

$$6 + 5i \qquad \frac{1}{2} + \frac{1}{3}i$$

$$1) R = 6, I = 5 \qquad 2) R = \frac{1}{2}, I = \frac{1}{3}$$

$$\sqrt{3} + \sqrt{3}i \qquad \sqrt[3]{2} - 2i$$

$$3) R = \sqrt{3}, I = \sqrt{3} \qquad 4) R = \sqrt[3]{2}, I = -2$$

R – действительная часть, I – мнимая часть.

509.

$$1) 3 + 4i; \quad 2) \frac{1}{3} + \frac{3}{4}i; \quad 3) \sqrt{3} - 2i; \quad 4) -\frac{2}{7} - 3i.$$

510.

$$-0,5 + \sqrt{4}i = -\frac{1}{2} + 2i; \quad 3 - 2i = \sqrt[3]{27} - \sqrt{4}i = \sqrt{9} - \sqrt[3]{8}i; \quad \sqrt{9} - 4i = \sqrt[3]{27} - \sqrt{16}i$$

511.

$$(x + y) + (x - y)i = 8 + 2i$$

$$(2x + y) + (x - y)i = 18 + 3i$$

$$\begin{cases} x + y = 8 \\ x - y = 2 \end{cases} \begin{cases} 2x = 10 \\ 2y = 6 \end{cases} \begin{cases} x = 5 \\ y = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + y = 18 \\ x - y = 3 \end{cases} \begin{cases} 3x = 21 \\ 3y = 12 \end{cases} \begin{cases} x = 7 \\ y = 4 \end{cases}$$

Ответ: (5; 3).

Ответ: (7; 4).

$$3) (4x + 3y) + (2x - y)i = 3 - 11i$$

$$\begin{cases} 4x + 3y = 3 \\ 2x - y = -11 \end{cases} \begin{cases} 4x + 3y = 3 \\ 4x - 2y = -22 \end{cases} \begin{cases} 5y = 25 \\ y = 2x + 11 \end{cases} \begin{cases} y = 5 \\ x = -3 \end{cases}$$

Ответ: $(5; -3)$.

$$4) (6x + y) + (2y - 7x)i = 12 + 5i$$

$$\begin{cases} 6x + y = 12 \\ 2y - 7x = 5 \end{cases} \begin{cases} 12x + 2y = 24 \\ 2y - 7x = 5 \end{cases} \begin{cases} 19x = 19 \\ y = 12 - 6x \end{cases} \begin{cases} x = 1 \\ y = 6 \end{cases}$$

Ответ: $(1; 6)$.

512.

$$1) (3 + i) + (2 + 3i) = 5 + 4i$$

$$4) (4 + 3i) + (4 - 3i) = 8$$

$$2) (3 - 5i) + (2 + i) = 5 - 4i$$

$$5) (1 + i) + (-1 - i) = 0$$

$$3) (1 + 3i) + (-3 + i) = -2 + 4i$$

$$6) \left(-\frac{1}{2} - \frac{1}{3}i\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{2}{3}i\right) = i$$

513.

$$1) (2 + 3i) - (3 + i) = -1 + 2i$$

$$4) (4 + 3i) - (4 - 3i) = 6i$$

$$2) (3 - 5i) - (2 + i) = 1 - 6i$$

$$5) (4 + i) - (-5 + i) = 9$$

$$3) (1 + 3i) - (-3 + i) = 4 + 2i$$

$$6) (7 + 2i) - (3 + 2i) = 4$$

514.

$$1) (3 + 5i)(2 + 3i) = 6 + 10i + 9i + 15i^2 = -9 + 19i$$

$$2) (4 + 7i)(2 - i) = 8 + 14i - 4i - 7i^2 = 15 + 10i$$

$$3) (5 - 3i)(2 - 5i) = 10 - 6i - 25i + 15i^2 = -5 - 31i$$

$$4) ((-2 + i)(7 - 3i) = -14 + 7i + 6i - 3i^2 = -11 + 13i$$

515.

$$1) 1 - i; 2) 2 - 3i; 3) -3 - 4i; 4) -7 + 5i;$$

$$5) -\frac{1}{2} + \frac{1}{3}i; 6) \frac{1}{3} - \frac{2}{5}i.$$

516.

$$1) \frac{1+i}{1-i} = \frac{(1+i)(1+i)}{(1-i)(1+i)} = \frac{2i}{2} = i$$

$$2) \frac{3-4i}{2+i} = \frac{(3-4i)(2-i)}{(2+i)(2-i)} = \frac{6-8i-3i+4i^2}{4+1} = \frac{2-11i}{5}$$

$$3) \frac{2+3i}{2-3i} = \frac{(2+3i)^2}{(2+3i)(2-3i)} = \frac{4+12i-9}{9+4} = \frac{-5+12i}{13}$$

$$4) \frac{1+2i}{3-2i} = \frac{(1+2i)(3+2i)}{(3-2i)(3+2i)} = \frac{3+6i+2i-4}{9+4} = \frac{-1+8i}{13}$$

$$5) \frac{5-4i}{-3+2i} = \frac{(5-4i)(-3-2i)}{(-3+2i)(-3-2i)} = \frac{-15+12i-10i-8}{9+4} = \frac{-23+2i}{13}$$

$$6) \frac{-7+2i}{5-4i} = \frac{(-7+2i)(5+4i)}{(5-4i)(5+4i)} = \frac{-35+10i-28i-8}{25+16} = \frac{-43-18i}{41}$$

517.

$$1) 2i + 3 + 4i(1-i) = 2i + 3 + 4i + 4 = 7 + 6i$$

$$2) (1+i)(-1+2i) + 1 - 3i = -1 + 2i - i - 2 + 1 - 3i = -2 - 2i$$

$$3) 3i(1-i) + 2i(1+i) = 3i + 3 + 2i - 2 = 1 + 5i$$

$$4) \frac{1}{2}i(4+2i) + \frac{1}{3}i(3-9i) = 2i - 1 + i + 3 = 2 + 3i$$

$$5) (3-2i)(4+i) + 10i = 12 + 3i - 8i + 2 + 10i = 14 + 5i$$

$$6) 6 + (5-i)(1+i) = 6 + 5 + 5i - i + 1 = 12 + 4i$$

$$7) 4(0,5 - 2,5i)(3+i) + 3i = (2-10i)(3+i) + 3i = \\ = 6 + 2i - 30i + 10 + 3i = 16 - 25i$$

$$8) 2i(3-i)(1+i) + 2 + 3i = 2i(3+3i-i+1) + 2 + 3i = \\ = 6i - 6 + 2 + 2i + 2 + 3i = -2 + 11i$$

518.

$$1) \frac{(2-3i)(3-2i)}{1+i} = \frac{(6-9i-4i-6)(1-i)}{(1+i)(1-i)} = \frac{-13i(1-i)}{2} =$$

$$= \frac{13i^2 - 13i}{2} = -6,5 - 6,5i$$

$$2) \frac{(3-i)(1+3i)}{2-i} = \frac{(3-i+9i+3)(2+i)}{(2-i)(2+i)} = \frac{(6+8i)(2+i)}{4+1} =$$

$$= \frac{12+6i+16i-8}{5} = \frac{4+22i}{5}$$

$$3) \frac{3-4i}{(1+i)(2-i)} = \frac{3-4i}{2-i+2i+1} = \frac{(3-4i)(3-i)}{(3+i)(3-i)} = \frac{9-12i-3i-4}{9+1} =$$

$$= \frac{5-15i}{10} = \frac{1-3i}{2}$$

$$4) \frac{2-3i}{(1-i)(3+i)} = \frac{2-3i}{(3+i-3i+1)} = \frac{2-3i}{(4-2i)} = \frac{(2-3i)(2+i)}{2(2-i)(2+i)} =$$

$$= \frac{4-6i+2i+3}{2(4+1)} = \frac{7-4i}{10}$$

$$5) \frac{5}{1+2i} + \frac{5}{2-i} = \frac{5(1-2i)}{1+4} + \frac{5(2+i)}{4+1} = 1-2i+2+i = 3-i$$

$$6) \frac{3}{2-3i} + \frac{3}{2+3i} = \frac{3(2+3i)+3(2-3i)}{4+9} = \frac{12}{13}$$

$$7) \frac{1-i}{1+i} + \frac{1+i}{1-i} = \frac{1-2i+i^2+1+2i+i^2}{1+1} = \frac{0}{2} = 0$$

$$8) \frac{2-3i}{2+i} + \frac{2+3i}{2-i} = \frac{(2-3i)(2-i)+(2+3i)(2+i)}{(2+i)(2-i)} =$$

$$= \frac{4-6i-2i-3+4+6i+2i-3}{4+1} = \frac{2}{5} = 0,4$$

519.

$$1) z(2+i) = 3-i; z(2+i)(2-i) = (3-i)(2-i); 5z = 6-3i-2i-1$$

$$z = 1-i$$

$$2) z(1-2i) = 2+5i; z(1-2i)(1+2i) = (2+5i)(1+2i);$$

$$5z = 2+5i+4i-10; z = \frac{-8+9i}{5}$$

$$3) z(1+i)-i = 4; z(1+i)(1-i) = (4+i)(1-i); 2z = 4-3i+1; z = \frac{5-3i}{2}$$

$$4) z(1-i)+3 = i; z(1-i)(1+i) = (i-3)(1+i); 2z = -3-2i-1; z = -2-i.$$

520.

$$1) a^2 + 4b^2 = a^2 - 4b^2 i^2 = (a-2bi)(a+2bi)$$

$$2) 9a^2 + 25b^2 = 9a^2 - 25b^2 i^2 = (3a-5bi)(3a+5bi)$$

$$3) 8a^2 + 16b^2 = 8a^2 - 16b^2 i^2 = (2\sqrt{2}a-4bi)(2\sqrt{2}a+4bi)$$

$$4) 81a^2 + 5b^2 = 81a^2 - 5b^2 i^2 = (9a-\sqrt{5}bi)(9a+\sqrt{5}bi)$$

521.

$$1) (3+2i)^2 = 9+12i-4 = 5+12i$$

$$2) (2-i)^3 = 8-34i+32i^2-i^3 = 8-12i-6+i = 2-11i$$

$$\begin{aligned}
3) \left(\frac{1+i}{1-i} \right)^3 &= \frac{1+3i+3i^2+i^3}{1-3i+3i^2-i^3} = \frac{2i-2}{-2i-2} = -\frac{i-1}{i+1} = -\frac{2i}{2} = -i \\
4) \left(\frac{1+i}{1-i} \right)^4 &= \left(\frac{1+i}{1-i} \right)^3 \cdot \left(\frac{1+i}{1-i} \right) = i \left(\frac{1+i}{1-i} \right) = \frac{i-1}{1-i} = -1 \\
5) (2+3i)^2 - (2-3i)^2 &= (2+3i-2+3i)(2+3i+2-3i) = 6i \cdot 4 = 24i \\
6) (3+4i)^2 + (3-4i)^2 &= 9+24i+16i^2 + 9-24i+16i^2 = 18-32 = -14 \\
7) \left(\frac{i^5+2}{i^7-1} \right)^2 &= \left(\frac{i+2}{-i-1} \right)^2 = \frac{i^2+4i+4}{i^2+2i+1} = \frac{3+4i}{2i} = \frac{(3+4i) \cdot i}{2i \cdot i} = \\
&= \frac{3i-4}{-2} = 2-1,5i \\
8) \left(\frac{4+i^7}{3-i^4} \right)^2 &= \left(\frac{4-i}{3-1} \right)^2 = \frac{16-8i+i^2}{4} = \frac{15-8i}{4} = 3\frac{3}{4}-2i
\end{aligned}$$

522.

$$1) z^2 = -81; \quad 2) z^2 = -3; \quad 3) z^2 + 0,01 = 0; \quad 4) 9z^2 + 125 = 0.$$

$$z_{1,2} = \pm 9i \quad z_{1,2} = \pm \sqrt{3}i \quad z^2 = -0,01 \quad z^2 = -\frac{125}{9}$$

$$z_{1,2} = \pm 0,1i \quad z_{1,2} = \pm \frac{5\sqrt{5}}{3}i$$

523.

$$1) z^2 - 2z + 2 = 0, D = -4$$

$$z_{1,2} = 1 \pm i$$

$$3) z^2 + 6z + 13 = 0, D = -16$$

$$z_{1,2} = -3 \pm 2i$$

$$5) z^2 + 2z + 17 = 0, D = -64$$

$$z_{1,2} = -1 \pm 4i$$

$$2) z^2 - 4z + 5 = 0, D = -4$$

$$z_{1,2} = 2 \pm i$$

$$4) z^2 + 4z + 13 = 0, D = -36$$

$$z_{1,2} = -2 \pm 3i$$

$$6) z^2 - 8z + 41 = 0, D = -100$$

$$z_{1,2} = 4 \pm 5i$$

524.

$$1) 9z^2 + 6z + 10 = 0,$$

$$D = -324$$

$$z_{1,2} = \frac{-3 \pm 9i}{9} = -\frac{1}{3} \pm i$$

$$2) 4z^2 + 4z + 5 = 0,$$

$$D = -64$$

$$z_{1,2} = \frac{-2 \pm 4i}{4} = -\frac{1}{2} \pm i$$

$$3) 9z^2 - 12z + 5 = 0, D = -36$$

$$z_{1,2} = -\frac{6 \pm 3i}{9} = \frac{2}{3} \pm \frac{1}{3}i$$

$$5) z^2 + 4z + 7 = 0, D = -12$$

$$z_{1,2} = -2 \pm \sqrt{3}i$$

$$4) 16z^2 - 32z + 17 = 0, D = -64$$

$$z_{1,2} = \frac{16 \pm 4i}{16} = 1 \pm \frac{1}{4}i$$

$$6) z^2 - 6z + 11 = 0, D = -8$$

$$z_{1,2} = 3 \pm \sqrt{2}i$$

525.

$$1) z_1 = 2 + 2i; z_2 = 2 - 2i$$

$$\begin{cases} z_1 + z_2 = 2 + 2i + 2 - 2i = 4 \\ z_1 \cdot z_2 = (2 + 2i)(2 - 2i) = 4 + 4 = 8 \end{cases} \quad \text{Значит, } z^2 - 4z + 8 = 0$$

$$2) z_1 = 2 + 3i; z_2 = 2 - 3i \begin{cases} z_1 + z_2 = 4 \\ z_1 \cdot z_2 = 13 \end{cases} \quad \text{Значит, } z^2 - 4z + 13 = 0$$

$$3) z_1 = -4 + i; z_2 = -4 - i \begin{cases} z_1 + z_2 = -8 \\ z_1 \cdot z_2 = 17 \end{cases} \quad \text{Значит, } z^2 + 8z + 17 = 0$$

$$4) z_1 = -7 - 4i; z_2 = -7 + 4i \begin{cases} z_1 + z_2 = -14 \\ z_1 \cdot z_2 = 65 \end{cases} \quad \text{Значит, } z^2 + 14z + 65 = 0$$

526.

$$1) z_1 = -1 + \frac{1}{3}i \Rightarrow z_2 = -1 - \frac{1}{3}i \begin{cases} z_1 + z_2 = -2 \\ z_1 \cdot z_2 = 1\frac{1}{9} \end{cases} \quad \text{Значит, } z^2 + 2z + 1\frac{1}{9} = 0$$

$$2) z_1 = -\frac{1}{2} - \frac{1}{3}i \Rightarrow z_2 = -1 + \frac{1}{3}i \begin{cases} z_1 + z_2 = -1 \\ z_1 \cdot z_2 = \frac{13}{36} \end{cases} \quad \text{Значит, } z^2 + z + \frac{13}{6} = 0$$

$$3) z_1 = \sqrt{2} + i\sqrt{3} \Rightarrow z_2 = \sqrt{2} - i\sqrt{3} \begin{cases} z_1 + z_2 = 2\sqrt{2} \\ z_1 \cdot z_2 = 5 \end{cases} \quad \text{Значит, } z^2 - 2\sqrt{2}z + 5 = 0$$

$$4) z_1 = \sqrt{3} - i\sqrt{2} \Rightarrow z_2 = \sqrt{3} + i\sqrt{2} \begin{cases} z_1 + z_2 = 2\sqrt{3} \\ z_1 \cdot z_2 = 5 \end{cases} \quad \text{Значит, } z^2 - 2\sqrt{3}z + 5 = 0$$

527.

$$1) z^2 + 2z + 5 = z^2 + 2z + 4 + 1 = (z + 2)^2 - i^2 = (z + 2 - i)(z + 2 + i)$$

$$2) z^2 - 2z + 10 = z^2 - 2z + 1 + 9 = (z - 1)^2 - 9i^2 = (z - 1 - 3i)(z - 1 + 3i)$$

$$3) 4z^2 + 8z + 5 = 4z^2 + 8z + 4 + 1 = (2z + 2)^2 - i^2 = (2z + 2 - i)(2z + 2 + i)$$

$$4) 25z^2 + 50z + 26 = (25z^2 + 50z + 25) + 1 = (5z + 5)^2 - i^2 = \\ = (5z + 5 - i)(5z + 5 + i)$$

528.

$$1) z^4 + 5z^2 - 36 = 0; z^2 = x; x^2 + 5x - 36 = 0; x_1 = -9, x_2 = 4;$$

$$z^2 = 4 \text{ или } z^2 = -9; z_{3,4} = \pm 2 \text{ или } z_{1,2} = \pm 3i$$

Ответ: $-2; 2; -3i; 3i$.

$$2) z^4 - 8z^2 - 9 = 0; z^2 = x; x^2 - 8x - 9 = 0$$

$$x_1 = 9, x_2 = -1; z^2 = -1 \text{ или } z^2 = 9; z_{3,4} = \pm i \text{ или } z_{1,2} = \pm 3$$

Ответ: $i; -i; -3; 3$;

$$3) z^4 - z^2 - 6 = 0; z^2 = x; x^2 - x - 6 = 0; x_1 = 3, x_2 = -2$$

$$z^2 = -2 \text{ или } z^2 = 3; z_{3,4} = \pm \sqrt{2}i \text{ или } z_{1,2} = \pm \sqrt{3}$$

Ответ: $\sqrt{3}; -\sqrt{3}; \sqrt{2}i; -\sqrt{2}i$.

$$4) z^4 + 2z^2 - 15 = 0; z^2 = x; x^2 + 2x - 15 = 0; x_1 = -5, x_2 = 3$$

$$z^2 = -5 \text{ или } z^2 = 3; z_{1,2} = \pm \sqrt{5}i \text{ или } z_{3,4} = \pm \sqrt{3}$$

Ответ: $\pm \sqrt{5}i; \pm \sqrt{3}$.

$$5) z^4 + 3z^2 - 18 = 0; z^2 = x; x^2 + 3x - 18 = 0; x_1 = -6, x_2 = 3$$

$$z^2 = -6 \text{ или } z^2 = 3; z_{1,2} = \pm \sqrt{6}i \text{ или } z_{3,4} = \pm \sqrt{3}$$

Ответ: $\pm \sqrt{6}i; \pm \sqrt{3}$.

$$6) z^4 + 4z^2 - 12 = 0; z^2 = x; x^2 + 4x - 12 = 0; x_1 = -8, x_2 = 4;$$

$$z^2 = -8 \text{ или } z^2 = 4; z_{1,2} = \pm 2\sqrt{2}i \text{ или } z_{3,4} = \pm 2. \text{ Ответ: } \pm 2\sqrt{2}i; \pm 2.$$

529.

$$1) x^2 - 12 = 0 \quad 2) x^2 - 50 = 0 \quad 3) \frac{1}{3}x^2 + 2x = 0 \quad 4) 3x - \frac{2}{5}x^2 = 0$$

$$x^2 = 12 \quad x^2 = 50 \quad x \cdot \left(\frac{1}{3}x + 2 \right) = 0 \quad x \cdot \left(3 - \frac{2}{5}x \right) = 0$$

$$x_{1,2} = \pm 2\sqrt{3} \quad x_{1,2} = \pm 5\sqrt{2} \quad x_1 = 0; x_2 = -6 \quad x_1 = 0; x_2 = 7,5$$

530.

$$1) x^2 + 4x - 45 = 0$$

$$x_1 = -9; x_2 = 5$$

Корни находим по теореме Виета

$$2) x^2 - 9x - 52 = 0$$

$$x_1 = 13; x_2 = -4$$

Корни находим по теореме Виета

$$3) 3x^2 - 7x - 40 = 0; D = 529$$

$$4) 5x^2 + 17x - 126 = 0; D = 2809$$

$$x_1 = 5; x_2 = -2\frac{2}{3}$$

$$x_1 = -7; x_2 = 3,6$$

531.

$$1) 4x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$2) 9x^2 - 3x - 4 = 0$$

$$D = 52$$

$$D = 153$$

$$x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{13}}{4}$$

$$x_{1,2} = \frac{3 \pm \sqrt{153}}{18} = \frac{3 \pm 3\sqrt{17}}{18} = \frac{1 \pm \sqrt{17}}{6}$$

$$3) 4x^2 - 8x - 1 = 0$$

$$4) 3x^2 + 4x - 1 = 0$$

$$D = 80$$

$$D = 28$$

$$x_{1,2} = \frac{4 \pm \sqrt{20}}{4} = \frac{4 \pm 2\sqrt{5}}{4} = \frac{2 \pm \sqrt{5}}{2}$$

$$x_{1,2} = \frac{-2 \pm \sqrt{7}}{3}$$

532.

$$1) x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$2) 5x^2 + 7x - 8 = 0$$

$$D = 25 - 24 = 1 > 0, \text{ значит,}$$

$$D = 49 + 160 = 209 > 0, \text{ значит,}$$

2 корня

2 корня

$$3) 25x^2 - 10x + 1 = 0$$

$$4) 9x^2 + 30x + 25 = 0$$

$$(5x - 1)^2 = 0, \text{ значит,}$$

$$(3x + 5)^2 = 0, \text{ значит,}$$

1 корень

1 корень

533.

$$1) x^2 + 12x + 30 = 0; x_1 = 6 + \sqrt{6}; x_2 = -6 - \sqrt{6}$$

$$\text{Значит, } x^2 + 12x + 30 = (x - 6 - \sqrt{6})(x + 6 + \sqrt{6})$$

$$2) x^2 - 10x + 16 = 0; x_1 = 8; x_2 = 2$$

$$\text{Значит, } x^2 - 10x + 16 = (x - 8) \cdot (x - 2)$$

$$3) 2x^2 + x - 1 = 0, x_1 = -1, x_2 = \frac{1}{2}.$$

$$\text{Значит, } 2x^2 + x - 1 = 2(x + 1)(x - \frac{1}{2})$$

$$4) 2x^2 - 3x - 2 = 0; x_1 = 2, x_2 = -\frac{1}{2},$$

$$\text{Значит, } 2x^2 - 3x - 2 = 2(x - 2)(x + \frac{1}{2})$$

534.

$$1) \frac{x^2 - 9}{x + 3} = \frac{(x - 3) \cdot (x + 3)}{x + 3} = x - 3$$

$$2) \frac{x^3 + 4x^2 + 4x}{x + 2} = \frac{x \cdot (x^2 + 4x + 4)}{x + 2} = \frac{x \cdot (x + 2)^2}{x + 2} = x \cdot (x + 2)$$

$$3) \frac{16x^2 - 24x + 9}{4x^2 + 5x - 6} = \frac{(4x - 3)^2}{4 \cdot (x + 2) \cdot \left(x - \frac{3}{4}\right)} = \frac{(4x - 3)^2}{(x + 2) \cdot (4x - 3)} = \frac{4x - 3}{x + 2}$$

$$4) \frac{25x^2 + 10x + 1}{5x^2 - 14x - 3} = \frac{(5x + 1)^2}{5 \cdot (x - 3) \cdot \left(x + \frac{1}{5}\right)} = \frac{(5x + 1)^2}{(x - 3) \cdot (5x + 1)} = \frac{5x + 1}{x - 3}$$

535.

$$1) x^4 - 9x^2 + 20 = 0;$$

$$x^2 = t, t^2 - 9t + 20 = 0$$

$$t_1 = 4, t_2 = 5$$

$$x_{1,2} = \pm 2; x_{3,4} = \pm \sqrt{5}$$

$$2) x^4 - 11x^2 + 18 = 0; x^2 = t$$

$$t^2 - 11t + 18 = 0$$

$$t_1 = 9, t_2 = 2$$

$$x^2 = 9 \quad x^2 = 2$$

$$x_{1,2} = \pm 3; x_{3,4} = \pm \sqrt{2}$$

$$3) 2x^4 - 5x^2 + 2 = 0$$

$$x^2 = t, 2t^2 - 5t + 2 = 0$$

$$t_1 = 2; t_2 = \frac{1}{2}$$

$$x^2 = 2 \text{ или } x^2 = \frac{1}{2}$$

$$x_{1,2} = \pm \sqrt{2}; x_{3,4} = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

$$4) 5x^4 - 16x^2 + 3 = 0$$

$$x^2 = t, 5t^2 - 16t + 3 = 0$$

$$t_1 = \frac{1}{5}; t_2 = 3$$

$$x^2 = \frac{1}{5} \text{ или } x^2 = 3$$

$$x_{1,2} = \pm \frac{\sqrt{5}}{5}; x_{3,4} = \pm \sqrt{3}.$$

536.

$$1) \frac{x}{x-2} + \frac{3}{x} = \frac{3}{x-2}$$

$$\frac{x^2 + 3x - 6 - 3x}{x \cdot (x - 2)} = 0;$$

$$x_{1,2} = \pm \sqrt{6}$$

$$\frac{x^2 - 6}{x \cdot (x - 2)} = 0; \quad x^2 - 6 = 0,$$

$$2) \frac{x^2}{x^2+3x} + \frac{2+x}{x+3} = \frac{5-x}{x} \cdot \frac{x^2+x \cdot (2+x) - (5-x) \cdot (x+3)}{x \cdot (x+3)} = 0$$

$$x^2 + 2x + x^2 - 5x - 15 + x^2 + 3x = 0,$$

$$3x^2 = 15; \quad x^2 = 5; \quad x_{1,2} = \pm\sqrt{5}$$

$$3) \frac{y+3}{y^2-y} + \frac{6-y}{1-y^2} = \frac{y+5}{y+y^2}.$$

$$\frac{(y+3)(y+1) - (6-y)y - (y+5)(y-1)}{y(y-1)(y+1)} = 0$$

$$y^2 + 4y + 3 - 6y + y^2 - y^2 - 4y + 5 = 0,$$

$$y^2 - 6y + 8 = 0; \quad y_1 = 4, y_2 = 2.$$

$$4) \frac{y+4}{y-4} - \frac{y}{4-y} = 2 - \frac{4}{y}.$$

$$\frac{y(y+4) + y^2 - 2y(y-4) + 4(y-4)}{y(y-4)} = 0$$

$$y^2 + 4y + y^2 - 2y^2 + 8y + 4y - 16 = 0,$$

$$16y = 16; \quad y = 1$$

537.

Пусть x – первое число, y – второе число.

$$\begin{cases} x+y=3 \\ x^2+y^2=5 \end{cases}; \begin{cases} x=3-y \\ (3-y)^2+y^2=5 \end{cases}$$

$$(3-y)^2 + y^2 = 5$$

$$9 - 6y + y^2 + y^2 - 5 = 0$$

$$2y^2 - 6y + 4 = 0; \quad y^2 - 3y + 2 = 0; \quad x_1 = 2, y_2 = 1.$$

$$x_1 = 1, x_2 = 2$$

Ответ: числа 1 и 2.

538.

Пусть a – первое число, b – второе число.

$$\begin{cases} a-b=1 \\ a^2+b^2=3\frac{2}{9} \end{cases}; \begin{cases} a=1+b \\ (1+b)^2+b^2=3\frac{2}{9} \end{cases}$$

$$1)(1+b)^2 + b^2 = \frac{29}{9} \qquad 2) b = \frac{2}{3}, a_1 = 1 \frac{2}{3}$$

$$1 + 2b + b^2 + b^2 - \frac{29}{9} = 0 \qquad b = -\frac{5}{3}, a_2 = -\frac{2}{3}$$

$$18b^2 + 18b + 9 - 27 - 2 = 0;$$

$$9b^2 + 9b - 10 = 0; b_1 = \frac{2}{3}, b_2 = -\frac{5}{3}.$$

Ответ: числа $1\frac{2}{3}$ и $\frac{2}{3}$ или $-\frac{2}{3}$ и $-\frac{5}{3}$

539.

Пусть a см – сторона прямоугольника, $(a + 5)$ – II сторона прямоугольника. Зная, что $S = 84 \text{ см}^2$, получаем

$$a \cdot (a + 5) = 84; a^2 + 5a - 84 = 0; a_1 = 7, a_2 = -12 \text{ – не подходит.}$$

Ответ: 7 см и 12 см.

540.

Пусть a см – сторона прямоугольника, $(a - 30)$ см – II сторона прямоугольника. Зная, что $S = 675 \text{ см}^2$, получаем $a \cdot (a - 30) = 675$;

$$a^2 - 30a - 675 = 0; a_1 = 45, a_2 = -15, \text{ т.к. } a > 0. \text{ Ответ: 45 см и 15 см.}$$

541.

v км/час – скорость ветра, тогда $(300 - v)$ км/ч – скорость против ветра, $(300 + v)$ км/ч – скорость по ветру. Зная, что весь путь равен

$$224 \text{ км, получаем: } \frac{224}{300 - v} - \frac{224}{300 + v} = \frac{1}{10}$$

$$2240 \cdot (300 + v) - 2240 \cdot (300 - v) = (300 - v) \cdot (300 + v)$$

$$10 \cdot 448v = 90000 - v^2; \qquad v^2 + 4480v - 90000 = 0;$$

$$v_1 = -4500; v_2 = 20. v_1 < 0 \text{ – не подходит. Ответ: 20 км/час.}$$

542.

Пусть x км/ч – скорость во второй половине пути. Тогда $(x + 3)$ км/ч – скорость в первой половине пути, всего затрачено 5,5 часа.

$$5,5 \text{ ч} = 5\frac{1}{2} \text{ ч} = \frac{11}{2} \text{ ч. Т.к. весь путь равен 9 км, то}$$

$$\frac{45}{x+3} + \frac{45}{x} = \frac{11}{2}; \frac{90x + 90(x+3) - 11x(x+3)}{2x(x+3)} = 0$$

$$180x + 270 - 11x^2 - 33x = 0, \quad -11x^2 + 147x + 270 = 0$$

$$x_1 = 15; x_2 = -\frac{36}{22} < 0. \text{ Ответ: 15 км/час.}$$

543.

Пусть x деревьев посадила II бригада в I день. Тогда $(x + 40)$ деревьев посадила I бригада, $\frac{250}{x}$ – рабочие дни II бригады, $\frac{270}{x + 40}$ –

рабочие дни I бригады. Отсюда получаем:

$$\frac{250}{x} - \frac{270}{x + 40} = 2; \quad \frac{250(x + 40) - 270x - 2x(x + 40)}{x(x + 40)} = 0$$

$$250x + 10000 - 270x - 2x^2 - 80x = 0,$$

$$x^2 + 50x - 5000 = 0; x_1 = 50; x_2 = -100 < 0$$

50 деревьев в день сажала вторая бригада. Значит

$250 : 50 = 5$ рабочие дни II бригады;

$270 : 90 = 3$ рабочие дни I бригады;

Ответ: 3 дн.; 5 дн.

544.

$$1) z^2 + 2z + 5 = 0$$

$$D = 4 - 4 \cdot 5 = -16$$

$$\sqrt{D} = 4i$$

$$z_{1,2} = \frac{-2 \pm 4i}{2} = -1 \pm 2i$$

$$3) 9z^2 - 6z + 10 = 0$$

$$\sqrt{D} = 18i$$

$$z_{1,2} = \frac{6 \pm 18i}{18} = \frac{1}{3} \pm i$$

$$2) z^2 - 6z + 10 = 0$$

$$D = -4$$

$$\sqrt{D} = 2i$$

$$z_{1,2} = \frac{6 \pm 2i}{2} = 3 \pm i$$

$$4) 4z^2 + 16z + 17 = 0$$

$$\sqrt{D} = 4i$$

$$z_{1,2} = \frac{-16 \pm 4i}{8} = -2 \pm \frac{1}{2}i$$

545.

$$1) \begin{cases} x + y = 1 \\ x \cdot y = -6 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 3 \\ y = -2 \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} x = -2 \\ y = 3 \end{cases}.$$

Ответ: $(3; -2)$ и $(-2; 3)$.

$$2) \begin{cases} x + 3y = 10 \\ x \cdot y = 3 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 10 - 3y \\ y \cdot (10 - 3y) - 3 = 0 \end{cases};$$
$$-3y^2 + 10y - 3 = 0$$

$$y_1 = \frac{1}{3}; y_2 = 3, y_1 = \frac{1}{3}, x_1 = 9; y_1 = 3, x_1 = 1$$

Ответ: $(1; 3)$, $(9; \frac{1}{3})$.

$$3) \begin{cases} x - 2y = -7 \\ x \cdot y = -6 \end{cases}; \begin{cases} x = 12y - 7 \\ y(2y - 7) + 6 = 0 \end{cases}; 2y^2 - 7y + 6 = 0;$$

$$y_1 = 2; y_2 = \frac{3}{2}, y = 2, x = -3, y = \frac{3}{2}, x = -4.$$

Ответ: $(-4; \frac{3}{2}), (-3; 2)$.

$$4) \begin{cases} x + y = -7 \\ x \cdot y = 12 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -3 \\ y = -4 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x = -4 \\ y = -3 \end{cases}. \text{ Ответ: } (-3; -4) \text{ и } (-4; -3).$$

$$5) \begin{cases} x^2 - y^2 = 200 \\ x + y = 20 \end{cases} \begin{cases} (x - y)(x + y) = 200 \\ x + y = 20 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - y = 10 \\ x + y = 20 \end{cases} \begin{cases} 2x = 30 \\ 2y = 10 \end{cases} \begin{cases} x = 15 \\ y = 5 \end{cases}. \text{ Ответ: } (15; 5).$$

$$6) \begin{cases} x^2 - y^2 = 9 \\ x - y = 1 \end{cases} \begin{cases} (x - y)(x + y) = 9 \\ x - y = 1 \end{cases} \begin{cases} x + y = 9 \\ x - y = 1 \end{cases} \begin{cases} 2x = 10 \\ 2y = 8 \end{cases} \begin{cases} x = 5 \\ y = 4 \end{cases}$$

Ответ: $(5; 4)$.

$$7) \begin{cases} x^2 + y^2 = 41 \\ y - x = 1 \end{cases}; \begin{cases} x^2 + (x + 1)^2 = 41 \\ y = x + 1 \end{cases}$$

$$x^2 + x^2 + 2x + 1 - 41 = 0; 2x^2 + 2x - 40 = 0$$

$$x^2 + x - 20 = 0; x_1 = -5; x_2 = 4, x = -5, y = -4, x = 4, y = 5$$

Ответ: $(4; 5), (-5; -4)$.

$$8) \begin{cases} x - y = 3 \\ x^2 + y^2 = 5 \end{cases} \begin{cases} x = 3 + y \\ (3 + y)^2 + y^2 = 5 \end{cases} \begin{cases} x = 3 + y \\ 9 + 6y + y^2 + y^2 = 5 \end{cases}$$

$$1) 2y^2 + 6y + 4 = 0 \quad 2) \text{ если } y = -2, \text{ то } x = 1$$

$$y^2 + 3y + 2 = 0; y_1 = -2; y_2 = -1. \quad \text{если } y = -1, \text{ то } x = 2$$

Ответ: $(1; -2)$ и $(2; -1)$.

546.

$$1) 3x(x - 2) = x - 4$$

$$3x^2 - 6x = x - 4; 3x^2 - 7x + 4 = 0$$

$$x_1 = \frac{4}{3}; x_2 = 1.$$

$$\text{Ответ: } \frac{4}{3}; 1 \frac{1}{3}.$$

$$2) \frac{x^2 - 2}{6} - \frac{1 - x}{2} = \frac{x - 5}{6}$$

$$x^2 - 2 - 3(1 - x) = x - 5$$

$$x^2 - 2 - 3 + 3x - x + 5 = 0$$

$$x^2 + 2x = 0$$

$$x(x + 2) = 0; x_1 = 0; x_2 = -2.$$

Ответ: $-2; 0$.

547.

1) $2x(x-2) = (x+1)^2 - 9$

$2x^2 - 4x = x^2 + 2x - 8$

$x^2 - 6x + 8 = 0$

$x_1 = 2; x_2 = 4.$

Ответ: 2; 4.

3) $\frac{(x+2)^2}{3} - \frac{(x+1)^2}{2} = 1$

$2(x+2)^2 - 3(x+1)^2 - 6 = 0$

$2(x^2 + 4x + 4) - 3(x^2 + 2x + 1) - 6 = 0$

$2x^2 + 8x + 8 - 3x^2 - 6x - 3 - 6 = 0$

$x^2 - 2x + 1 = 0; (x-1)^2 = 0$

$x = 1.$

Ответ: 1.

548.

1) $(x-5)(x-6) = 30$

$x^2 - 11x + 30 - 30 = 0$

$x(x-11) = 0; x_1 = 0; x_2 = 11.$

3) $(x-1)(x-4) = 3x$

$x^2 - 5x + 4 - 3x = 0$

$x^2 - 8x + 4 = 0; x_{1,2} = 4 \pm 2\sqrt{3}$

2) $5x(x-4) = (x-8)^2 - 65$

$5x^2 - 20x = x^2 - 16x + 64 - 65$

$4x^2 - 4x + 1 = 0; (2x-1)^2 = 0$

$x = \frac{1}{2}$

Ответ: 0,5.

4) $\frac{(x-1)^2}{4} - \frac{(x-2)^2}{5} = 4$

$5(x-1)^2 - 4(x-2)^2 = 80$

$5(x^2 - 2x + 1) - 4(x^2 - 4x + 4) - 80 = 0$

$5x^2 - 10x + 5 - 4x^2 + 16x - 16 - 80 = 0$

$x^2 + 6x - 91 = 0$

$x_1 = 7; x_2 = -13.$

Ответ: 7; -13.

549.

1) $x^2 + 3x - 88 = 0$

По теореме Виета

$x_1 = -11; x_2 = 8.$

3) $x^2 + 3x - 88 = -18$

$x^2 + 3x - 70 = 0;$

По теореме Виета

$x_1 = -10; x_2 = 7.$

2) $x^2 + 3x - 88 = 20$

$x^2 + 3x - 108 = 0;$

По теореме Виета

$x_1 = -12; x_2 = 9.$

4) $x^2 + 3x - 88 = -70$

$x^2 + 3x - 18 = 0;$

По теореме Виета

$x_1 = -6; x_2 = 3.$

550.

1) $3x^2 + x - 4 = 0$

$D = 1 + 48 = 49 > 0$

Значит 2 корня

3) $25x^2 - 10x + 1 = 0$

$(5x-1)^2 = 0, 1 \text{ корень}$

2) $5x^2 + 2x + 3 = 0$

$\frac{D}{4} = 1 - 15 = -14 < 0$

нет корней

4) $x^2 - 25 = 0$

$D = 100 > 0, 2 \text{ корня}$